

Certificat d'Expertise Actuarielle
Épreuve écrite de sélection – 25 septembre 2019

Aucun document autorisé – Calculatrice fournie par le centre d'examen

Les consignes indiquées ci-dessous sont suffisamment explicites pour ne pas laisser de doute quant à leur interprétation. Les personnes surveillant l'examen ne répondront à aucune question relative à ces consignes durant l'épreuve, la bonne compréhension de ces règles faisant elle aussi partie de l'examen.

Cet examen est un questionnaire à choix multiples constitué de 50 questions. Plusieurs réponses sont proposées pour chaque question (ou ensemble de questions). Le nombre de bonnes réponses à une question peut aller de 0 à 5.

Les réponses sont à inscrire sur la feuille jointe, en cochant pour chaque question la (ou les) case(s) correspondant à la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Toute réponse ambiguë sera considérée comme une absence de réponse.

Comptabilisation des points :

- Toute case cochée à tort entraîne une pénalité de 0,5 point
- Toute case cochée à raison entraîne une bonification de 1 point (même si d'autres cases dans la même question auraient dû être cochées et ne l'ont pas été)
- Une case non cochée ne donne ni bonification ni malus

Mathématiques et Probabilités de base pour l'actuariat

Q 1 On considère trois événements aléatoires A , B et C , tels que :

$$\begin{cases} A \subset B \subset C \\ P(A) = 1/4 \\ P(B) = 1/3 \\ P(C) = 1/2 \end{cases}$$

- A) A , $\bar{A} \cap B$ et $\bar{B} \cap C$ forment un système complet d'événements.
- B) La probabilité conditionnelle de A sachant B est égale à 1.
- C) La probabilité conditionnelle de B sachant A est égale à 1.
- D) La probabilité conditionnelle de $A \cup B$ sachant C est égale à $2/3$.
- E) La probabilité conditionnelle de C sachant $A \cup B$ est égale à $2/3$.

Q 2 On considère un événement aléatoire A , dont l'événement contraire est noté \bar{A} et vérifie :

$$P(\bar{A}) = 2P(A).$$

On note X la variable aléatoire qui est égale à 1 lorsque A est réalisé et à 0 dans le cas contraire.

- A) $P(X) = 1/3$.
- B) $E(X) = 1/3$.
- C) $P(A + \bar{A}) = 1$.
- D) $E(A + \bar{A}) = 1$.
- E) $E(X(1 - X)) = V(X(1 - X))$.

Q 3 Soit X une variable aléatoire dont la fonction de répartition F vérifie :

$$F(x) = \begin{cases} (x+2)/2 & \text{si } -2 \leq x \leq -1 \\ x/2 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

On note X une variable aléatoire de densité f .

- A) F est nulle sur l'intervalle $] -1, +1 [$.
- B) F est constante et non nulle sur l'intervalle $] -1, +1 [$.
- C) X admet une densité qui est nulle sur l'intervalle $] -1, +1 [$.
- D) X admet une densité qui est constante et non nulle sur l'intervalle $] -1, +1 [$.
- E) $E(X) = 0$.

Q 4 On considère deux variables aléatoires indépendantes X et Y , suivant chacune la loi géométrique de paramètre $1/2$.

- A) $|X - Y|$ suit une loi géométrique .
- B) $X + Y$ suit une loi géométrique .
- C) $(X + Y)/2$ suit une loi géométrique .
- D) $X + Y - 1$ suit une loi géométrique .
- E) $\text{Min}\{X, Y\}$ suit une loi géométrique .

Q 5 Comme en Q4, on considère deux variables aléatoires indépendantes X et Y , suivant chacune la loi géométrique de paramètre $1/2$.

- A) $P[X \leq Y] = 1/2$.
- B) $P[X < Y] = 1/2$.
- C) $P[X = Y] = 1/3$.
- D) $P[X > Y] = 1/3$.
- E) $P[X \geq Y] = 1/3$.

Q 6 Soit X une variable aléatoire qui suit la loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$.

- A) Y suit la loi de Poisson de paramètre 2λ .
- B) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $P[X \leq n] = P[Y \leq 2n - 1]$.
- C) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $P[X < n] = P[Y < 2n - 1]$.
- D) Le coefficient de corrélation linéaire de X et Y est égal à 1.
- E) Le coefficient de corrélation linéaire de X^2 et Y est égal à 1.

Q 7 On considère trois variables aléatoires indépendantes X , Y et Z qui suivent des lois normales centrées, d'écart-types respectifs 3, 4 et 5.

- A) Z admet pour densité la fonction $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{100\pi}} e^{-0,01 x^2}$.
- B) Z admet pour densité la fonction $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{10\pi}} e^{-0,02 x^2}$.
- C) Z admet pour densité la fonction $x \mapsto \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} e^{-0,02 x^2}$.
- D) Z suit la même loi que $X + Y$.
- E) Z suit la même loi que $X - Y$.

Q 8 Comme en Q7, on considère trois variables aléatoires indépendantes X , Y et Z qui suivent des lois normales centrées d'écart-types respectifs 3, 4 et 5.

- A) $\frac{1}{10}(X + Y + Z\sqrt{3})$ suit la loi normale centrée réduite.
- B) $X^2 + Y^2 + Z^2$ suit la loi du khi-deux à trois degrés de liberté.
- C) $\frac{X^2}{3} + \frac{Y^2}{4} + \frac{Z^2}{5}$ suit la loi du khi-deux à trois degrés de liberté.
- D) La covariance de $X + Y$ et $X - Y + Z$ est strictement positive.
- E) Les deux variables aléatoires $X + Y$ et $X - Y$ sont indépendantes.

Q 9 Si une variable aléatoire X possède une espérance alors :

- A) Elle possède une variance.
- B) $P[|X - E(X)| \geq 1] \leq V(X)$.
- C) $P[|X| \geq 1] \leq E(X)$.
- D) $P[X \geq 1/2] \leq 2E(|X|)$.
- E) $P[X \leq -1/2] \leq 2E(|X|)$.

Q 10 Pour une variable aléatoire X , la fonction S qui associe à tout nombre réel x la probabilité

$$S(x) = P[X > x]$$

vérifie toujours les propriétés suivantes.

- A) S est continue à droite .
- B) S est continue à gauche .
- C) S est croissante .
- D) S est décroissante .
- E) $\lim_{x \rightarrow +\infty} S(x) - \lim_{x \rightarrow -\infty} S(x) = 1$.

Q 11 On effectue trois tirages sans remise dans une urne contenant quatre boules numérotées de 1 à 4.

On note X_1, X_2, X_3 les numéros obtenus et M la matrice aléatoire $\begin{pmatrix} X_1 & X_3 \\ X_3 & X_2 \end{pmatrix}$.

- A) Les variables aléatoires X_1, X_2, X_3 sont indépendantes.
- B) Les variables aléatoires X_1, X_2, X_3 suivent la même loi.
- C) $P[X_1 X_2 = 4] = \frac{1}{12}$.
- D) $P[(X_1)^2 = 4] = \frac{1}{6}$.
- E) La probabilité que la matrice M soit inversible est égale à $11/12$.

Q 12 On considère quatre variables aléatoires indépendantes X_1, X_2, X_3 et N . Les trois premières suivent la loi uniforme sur le segment $[-1, +1]$ et la quatrième la loi binomiale $\mathcal{B}(3, 1/2)$.

On note S la variable aléatoire définie par :
$$S = \begin{cases} 0 & \text{si } N = 0 \\ X_1 & \text{si } N = 1 \\ X_1 + X_2 & \text{si } N = 2 \\ X_1 + X_2 + X_3 & \text{si } N = 3 \end{cases}$$
.

- A) S est une variable discrète.
- B) S est une variable à densité.
- C) $E(S) = 0$.
- D) $E(|S|) = 3$.
- E) $V(S) = 9$.

Économétrie de l'assurance

Voici une sortie obtenue par un logiciel statistique standard dans le cadre de l'ajustement d'un modèle linéaire (variable expliquée Y, variables explicatives x1 à x7).

Call:

lm(formula = y ~ x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7)

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max
-0.53356 -0.30837 -0.08488 0.23361 0.93263

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	1.64925	0.10720	15.385	< 2e-16
x1	0.39494	0.07979	4.950	1.39e-06
x2	-0.14601	0.07980	-1.830	0.0685
x3	-0.09482	0.07981	-1.188	0.2360
x4	0.07345	0.07947	0.924	0.3563
x5	4.82820	0.07797	61.924	< 2e-16
x6	0.06682	0.07419	0.901	0.3687
x7	0.82273	0.08009	10.273	< 2e-16

Residual standard error: 0.3563 on 242 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9439, Adjusted R-squared: 0.9422

F-statistic: 581.3 on 7 and 242 DF, p-value: < 2.2e-16

Q13) Le nombre d'observations est :

- a) 249
- b) 242
- c) 250
- d) 7
- e) 235

Q14) (suite de la question précédente) On souhaite tester : $H_0: \beta_2 = 0$, contre $H_1: \beta_2 \neq 0$. En utilisant la procédure de test usuelle de Student (qui suppose que les résidus du modèle sont gaussiens), on :

- a) rejette H_0 au niveau 5%
- b) ne rejette pas H_0 au niveau 5%
- c) rejette H_0 au niveau 10%
- d) ne rejette pas H_0 au niveau 10%
- e) ne rejette pas H_0 au niveau 3%

Q15) (suite de la question précédente) On souhaite tester : $H_0: \beta_2 = 0$, contre $H_1: \beta_2 < 0$. En utilisant la procédure de test usuelle de Student (qui suppose que les résidus du modèle sont gaussiens), on :

- a) rejette H_0 au niveau 5%
- b) ne rejette pas H_0 au niveau 5%
- c) rejette H_0 au niveau 10%
- d) ne rejette pas H_0 au niveau 10%
- e) ne rejette pas H_0 au niveau 3%

Q16) (suite de la question précédente) On souhaite tester : $H_0: \beta_2 = 0$, contre $H_1: \beta_2 > 0$. En utilisant la procédure de test usuelle de Student (qui suppose que les résidus du modèle sont gaussiens), on :

- a) rejette H_0 au niveau 5%
- b) ne rejette pas H_0 au niveau 5%
- c) rejette H_0 au niveau 10%
- d) ne rejette pas H_0 au niveau 10%
- e) ne rejette pas H_0 au niveau 3%

Q17) On souhaite sélectionner un sous-modèle afin d'obtenir un meilleur ajustement. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

- a) La régression dite « ridge » permettra de sélectionner les variables significatives.
- b) La régression dite « lasso » permettra de sélectionner les variables significatives.
- c) La méthode de sélection dite « backward » consiste à enlever du modèle toutes les variables qui ne seraient pas significatives au seuil 5%
- d) La première variable à être enlevée, dans le cadre d'une sélection backward, est x_2 .
- e) La première variable à être enlevée, dans le cadre d'une sélection backward, est x_6 .

Q18) On rappelle qu'une famille de loi dite exponentielle (de paramétrage canonique) si, dans le cas d'une variable continue (resp. discrète) sa densité $f_{\theta, \phi}(y)$ (resp. $\mathbb{P}_{\theta, \phi}(Y: y)$) est de la forme $f_{\theta, \phi}(y) = \exp\left(\frac{y\theta - a(\theta)}{\phi}\right) c_{\phi}(y)$. On considère la famille des lois de Pareto de seuil 1, indexées par la paramètre α positif. Une variable Y qui suit une telle loi a pour fonction de répartition $F_{\alpha}(t) = \mathbb{P}(Y \leq t) = 1 - \frac{1}{t^{\alpha}}$, pour t plus grand que 1, et 0 sinon. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

- a) La famille des distributions de Pareto définies par $F_{\alpha}(t)$ est une famille exponentielle au sens ci-dessus.
- b) La famille des distributions de Pareto définies par $F_{\alpha}(t)$ n'est pas une famille exponentielle au sens ci-dessus.
- c) On définit $Z = \log(Y)$. Si Y suit une loi de Pareto du type défini ci-dessus, la loi de Z appartient à une famille exponentielle.
- d) On définit $Z = \log(Y)$. Si Y suit une loi de Pareto du type défini ci-dessus, la loi de Z n'appartient pas à une famille exponentielle.
- e) Si Y suit une Pareto de paramètre α , l'espérance de Z vaut $1/\alpha$.

Q19) Soit Y une variable à expliquer, et X des variables explicatives. On rappelle que le modèle linéaire généralisé consiste à supposer que :

- la loi de Y sachant $X=x$ appartient à une famille de probabilités $\{P_{\theta,\phi} : \theta \in \Theta, \phi \in \mathbb{R}\}$ qui est une famille exponentielle (voir question 17)
- $g(E[Y|X = x]) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_d x_d$ où g est une fonction strictement monotone fixée. On considère un tel modèle, avec β_1 égal à 0.5 et on suppose que Y ne prend ses valeurs qu'entre 0 et 1. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

- a) Si on a pris $g(y)=1/y$, une augmentation de la valeur de x_1 conduit à une augmentation de l'espérance de la variable Y .
- b) Si on a pris $g(y)=\log(y)$, une augmentation de la valeur de x_1 conduit à une augmentation de l'espérance de la variable Y .
- c) Si on a pris $g(y)=-\log(y/(1-y))$, une augmentation de la valeur de x_1 conduit à une augmentation de l'espérance de la variable Y .
- d) Si on a pris $g(y)=1/(y - 0.5)^2$, une augmentation de la valeur de x_1 conduit à une augmentation de l'espérance de la variable Y .
- e) Il y a un problème avec la fonction de la réponse d).

Q20) Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies ?

- a) Entre deux modèles de régression linéaire obtenus sur les mêmes données, il faut toujours choisir celui qui a le plus grand R^2 .
- b) Le critère AIC est un critère de sélection de modèle qui pénalise les modèles qui utilisent un nombre important de variables.
- c) Le critère BIC est un critère de sélection de modèle qui pénalise les modèles qui utilisent un nombre faible de variables.
- d) Entre deux modèles M_1 et M_2 ajustés sur les mêmes données, le R^2 est automatiquement supérieur pour M_2 si M_2 comporte plus de variables que M_1 .
- e) Entre deux modèles M_1 et M_2 ajustés sur les mêmes données, le R^2 est automatiquement inférieur pour M_1 si toutes les variables utilisées par M_1 sont dans M_2 .

Q21) Soit N le nombre de sinistres annuels d'un assuré. On appelle θ le facteur de risque associé à cet assuré qui est une variable aléatoire qui suit une loi Gamma de paramètres r et λ , c'est-à-dire qui a la densité suivante :

$f_{r,\lambda}(t) = \frac{1}{\Gamma(r)} \lambda^r t^{r-1} \exp(-\lambda t) \mathbf{1}_{t \geq 0}$, où $r > 1$, $\lambda > 0$ et $\Gamma(r)$ désigne la fonction Gamma évaluée au point r (que l'on n'a pas besoin de connaître pour répondre à cette question). On suppose que, conditionnellement à $\theta = t$, la variable N suit une loi de Poisson de paramètre t . L'espérance de N vaut

- a) t
- b) r/λ
- c) θ

La variance de N vaut

- d) $r/\lambda^2 + r/\lambda$
- e) r/λ^2

Q22) (suite de la question précédente) On a observé, les k années précédentes, des réalisations N_1, \dots, N_k de la variable N . On rappelle que la prime dite bayésienne est, dans ce cas, définie par $E[\theta | N_1, \dots, N_k]$. On note \bar{N} la moyenne empirique des N_j . La prime bayésienne

- a) vaut \bar{N}
- b) vaut $(k\bar{N} + r)/(k + \lambda)$
- c) vaut $\bar{N} + r/\lambda$
- d) est équivalent à \bar{N} quand k tend vers l'infini
- e) est équivalent à \bar{N} quand r tend vers l'infini

Q23) On considère n_x individus d'âge x qu'on considère « indépendants » entre eux. On considère d_x le nombre de décès enregistrés dans l'année au sein de cette population, et on estime leur taux de décès par $q_x = \frac{d_x}{n_x}$. On note q_x la probabilité de décès dans l'année d'un

individu d'âge x . Si n_x est suffisamment grand, on peut approcher q_x par une loi

- a) $\mathcal{N}\left(q_x, \frac{q_x(1-q_x)}{n_x}\right)$
- b) $\mathcal{N}(d_x, d_x(1 - d_x))$
- c) $\mathcal{N}\left(q_x, \frac{q_x}{n_x}\right)$
- d) $\mathcal{N}\left(q_x, \frac{n_x}{q_x(1-q_x)}\right)$
- e) $\mathcal{N}\left(q_x, \frac{d_x(1-d_x)}{n_x}\right)$

Q24) Le taux de risque instantané d'une variable aléatoire continue X est définie comme $\mu(x) = \frac{f(x)}{S(x)}$ où f désigne la densité de X et $S(x) = \int_x^{+\infty} f(t)dt$. On considère une variable exponentielle d'espérance $1/\lambda$. Son taux de risque instantané en un point x est

- a) $1/\lambda$
- b) $\lambda^2 x$
- c) $1/\lambda^2$
- d) λx
- e) λ

Mathématiques financières de base pour l'actuariat

Pour les 13 questions suivantes, on adopte la convention de taux annuel, les intérêts étant payés en fin de période.

Q25) Un particulier fait 8 placements annuels de 2 000 euros au taux de 0.75%. Quelle est la valeur de son placement à la fin de la 8^{ème} année ?

- A) 16 120.00 euros
- B) 16 426.36 euros
- C) 16 549.56 euros
- D) 16 985.58 euros

Q26) Un placement monétaire de 100 000 euros au taux de 1.5% vaut 100 250 euros. Quelle est la durée du placement ?

- A) 1 mois
- B) 2 mois
- C) 3 mois

3 mois plus tard le placement est égal à :

- D) 100 500
- E) 100 625

Q27) Quelle est l'annuité d'un crédit de 20 000 euros d'une durée de 4 ans au taux de 1% ?

- A) 5 050 euros
- B) 5 075.66 euros
- C) 5 125.62 euros

Le coût du crédit est de :

- D) 302.64 euros
- E) 502.48 euros

Q28) Un prêt de 15 000 euros sur 3 ans a des annuités constantes de 5 125.52 euros. Le taux du prêt est de :

- A) 1.25%
- B) 1.75%
- C) 2.5%

Le capital restant dû après la 2^{ème} annuité est de

- D) 4 938.02 euros
- E) 5 062.23 euros

Q29) Un crédit à amortissement constant de 30 000 euros sur 10 ans au taux de 2%. Quel est le montant de la 3^{ème} annuité ?

- A) 3 480 euros
- B) 3 600 euros
- C) 3 720 euros

L'intérêt payé sur ces 3 années est de

- D) 1 620 euros
- E) 1 800 euros

Q30) Soit un crédit de 10 000 euros d'une durée de 3 ans au taux de 1.5%. La première annuité est de 3 000 euros. La seconde annuité est de 4 000 euros. Quel est le montant de la troisième annuité ?

- A) 3 306.11 euros
- B) 3 321.11 euros
- C) 3 456.78 euros

Le montant total des intérêts est de

- D) 306.11 euros
- E) 456.78 euros

Q31) Quel est l'annuité d'un crédit de 12 000 euros d'une durée de 4 ans dont 1 an de différé de remboursement, sachant que le taux est de 2% ?

- A) 4 161.06
- B) 4 244.28
- C) 4 264.83 euros

Le coût du crédit est :

- D) 483.18 euros
- E) 732.84 euros

Q32) Quel est le taux de rendement à maturité d'une obligation zéro coupon 2 ans de nominal 100 et qui cote 101.51 ?

- A) -0,75%
- B) 0,5%
- C) 0,75%

Sa duration est

- D) 1.78
- E) 2

Q33) Quelle est la valeur actuelle d'une obligation de maturité 3 ans de nominal 100 payant un coupon de 3 avec un taux de marché du 3 ans de 0.5% ?

- A) 101.47 euros
- B) 107.43 euros
- C) 108.91 euros

Sa duration est

- D) 2.92
- E) 3

Q34) On considère une obligation de taux de rendement de 5 % et de sensibilité de 8. Si le taux de rendement augmente de 0.5% le détenteur de l'obligation supporte

- A) une hausse relative de 2.5 %
- B) une hausse relative de 4%
- C) une baisse relative de 2.5%
- D) une baisse relative de 4%

Q35) Quel est le prix à terme d'échéance 2 ans d'une action (sans dividende ni repo) qui cote 40 aujourd'hui, sachant que la valeur aujourd'hui du zéro-coupon de nominal 1 et de maturité 2 ans est de 0.98 euros ?

- A) 38.42 euros
- B) 39.2 euros
- C) 40.82 euros
- D) 41.65 euros

Q36) On considère un marché financier sans arbitrage et une option call européenne de strike 50 de maturité 1 an et dont le sous-jacent (sans dividende ni repo) cote 60 euros aujourd'hui. Le prix de ce call aujourd'hui est de 12 euros, et le taux 1 an est de 0.75 %. En déduire la valeur du put européen de même strike, même maturité et même sous-jacent.

- A) 1.63 euros
- B) 2 euros
- C) 2.38 euros
- D) 2.55 euros

Q37) On considère un modèle binomial à 2 périodes, de taux sans risque $r = 0.15$, caractérisé par le coefficient de hausse $u = 1.1$, et de baisse $d = 0.9$, ($S_1 = uS_0$ en cas de hausse, et $S_1 = dS_0$ en cas de baisse). La probabilité risque neutre est caractérisée par une probabilité de hausse de

- A) 0.8
- B) 0.5
- C) 0.2
- D) Il n'existe pas de probabilité risque neutre

Statistique et analyse de données

Q38) Estimer le paramètre d'un modèle se fait

- A) avec une loi normale
- B) en choisissant entre plusieurs lois
- C) à l'aide d'une fonction des variables du modèle
- D) à l'aide d'un scalaire
- E) par tirage au sort

Q39) Construire un intervalle de confiance consiste à

- A) minimiser l'erreur de première espèce
- B) encadrer un estimateur par deux valeurs
- C) encadrer le paramètre par deux estimateurs

Pour un niveau de confiance donné, il existe

- D) un intervalle de confiance et un seul
- E) une infinité d'intervalles de confiance possibles

Q40) La vraisemblance, utilisée pour estimer (maximum de vraisemblance) ou pour construire des tests est

- A) le degré de confiance que l'on a dans le modèle
- B) la qualité de l'estimation ou du test
- C) la densité ou la loi de probabilité du modèle
- D) la densité ou la loi de probabilité du modèle considérée comme une fonction des paramètres inconnus
- E) la densité ou la loi de probabilité considérée comme une fonction du risque quadratique

Q41) Soient X_1, X_2, \dots, X_n n variables aléatoires réelles indépendantes suivant toutes même une loi possédant un paramètre. Si ce paramètre est égal à l'inverse du moment d'ordre 1, alors l'estimateur de la méthode des moments sera

- A) $1/n \sum 1/X_i$
- B) $(1/n \sum 1/X_i)^{-1}$
- C) $(1/n \sum X_i)^{-1}$

Pour calculer un intervalle de confiance asymptotique, il faut

- D) que les variables X_i possèdent une variance non nulle
- E) que les variables X_i soient approximativement normales

Q42) On dispose de 225 notes (notées sur une échelle de 0 à 20) obtenues à un QCM, qu'on considère suivre une loi normale de paramètres m et σ^2 , et on veut construire un intervalle de confiance à 95% pour m . La moyenne des notes est de 12,3 et l'écart-type empirique de 3,1.

On rappelle que le quantile 0,975 d'une loi normale est 1,96.

Un intervalle de confiance à 95% est :

- A) [11,044 ; 13,556]
- B) [11,895 ; 12,705]
- C) [12,273 ; 12,327]

Le quantile à utiliser est

- D) celui d'une loi normale, car on connaît l'écart-type
- E) celui d'une loi de Student, égal ici à celui d'une loi normale car le nombre d'observations est grand

Q43) La région critique d'un test

- A) est l'ensemble des valeurs qui conduisent à rejeter H_0 quand H_0 est vraie
- B) est l'ensemble des valeurs qui conduisent à rejeter H_1 quand H_1 est vraie
- C) l'ensemble des valeurs pour lesquelles on ne peut décider ni H_0 ni H_1

La probabilité d'appartenir à la région critique est

- D) l'erreur de première espèce
- E) l'erreur de seconde espèce

Q44) L'hypothèse nulle d'un test est

- A) celle dont on ne peut pas contrôler la probabilité d'erreur
- B) celle sous laquelle on détermine la région critique
- C) celle pour laquelle le test ne peut pas être effectué

Un test puissant a

- D) nécessairement une erreur de première espèce faible
- E) nécessairement une erreur de deuxième espèce faible

Q45) Une analyse en composantes principales (ACP) est

- A) une méthode permettant de visualiser au mieux les ressemblances et oppositions entre des individus décrits par des variables quantitatives
- B) une méthode permettant de visualiser au mieux les ressemblances et oppositions entre des individus décrits par des variables qualitatives
- C) une méthode d'estimation des paramètres d'un modèle multivarié
- D) une méthode permettant d'expliquer une variable par d'autres variables
- E) une méthode permettant d'expliquer des variables qualitatives par des variables quantitatives

Q46) Dans une ACP, les valeurs propres et les vecteurs propres sont respectivement

- A) les axes de projection et les composantes principales
- B) l'inertie expliquée par les axes, et les directions des axes de projection
- C) l'inertie expliquée par les composantes principales et les valeurs des composantes principales

Une valeur propre est également

- D) l'espérance d'une composante principale
- E) la variance d'une composante principale

Q47) Dans une ACP toutes les valeurs propres sont égales si

- A) les variables sont colinéaires
- B) les variables sont non corrélées deux à deux
- C) les variables sont de même variance

Dans une AFC, si une seule valeur propre est non nulle alors

- D) les variables sont totalement corrélées
- E) les variables sont indépendantes

Q48) On utilise la distance inverse des variances en ACP (ACP normée) pour

- A) centrer les variables
- B) donner plus d'importance aux variables ayant la plus faible variance
- C) donner plus d'importance aux variables ayant la plus forte variance
- D) rendre comparables les variables (toutes sans unité et de même variance)
- E) supprimer les valeurs aberrantes

Q49) En classification, avoir des classes compactes et bien séparées se traduit par

- A) une variance totale forte et une inertie interclasse faible
- B) une variance interclasse forte et une variance intraclasse faible
- C) une inertie interclasse forte et une inertie intraclasse faible

La stratégie d'agrégation tendant à produire des classes compactes est

- D) la stratégie du minimum
- E) la stratégie du maximum

Q50) Si on effectue une classification après une ACP simple (non normée)

- A) on obtient des résultats plus robustes que sans ACP
- B) on obtient des résultats moins robustes que sans ACP
- C) on obtient les mêmes résultats

Pour classer des données qualitatives, il peut être utile

- D) d'effectuer d'abord une AFC ou une ACM, puis classer sur les résultats de cette analyse
- E) d'effectuer d'abord une ACP, puis classer sur les résultats de cette analyse