

## **Certificat d'Expertise Actuarielle**

### **Epreuve QCM de sélection**

**Lundi 27 septembre 2021**

*Aucun document autorisé - Calculatrice simple disponible*

Les consignes indiquées ci-dessous sont suffisamment explicites pour ne pas laisser de doute quant à leur interprétation. Les personnes surveillant l'examen ne répondront à aucune question relative à ces consignes durant l'épreuve, la bonne compréhension de ces règles faisant elle aussi partie de l'examen.

Cet examen est un questionnaire à choix multiples.

Plusieurs réponses sont proposées pour chaque question (ou ensemble de questions), une seule bonne réponse est attendue.

Les réponses sont à inscrire sur la feuille jointe, en cochant pour chaque question la (ou les) case(s) correspondant à la (ou les) bonne(s) réponse(s).

oute réponse ambigu sera considérée comme une absence de réponse.

#### Barème de notation

1 bonne réponse 2 points

1 mauvaise réponse -1 point

pas de réponse 0 point

#### Matériel interdit

- Accès internet - Téléphone portable - ablette, montre connectée, Clé SB – 3 /4 , documents.

Navigation sur votre ordinateur ( ord, Excel, internet ) pendant la durée du test

Le non respect de ces consignes entra nera soit l'exclusion de l'épreuve soit son annulation.

## ECONOMETRIE

À partir de données, on a ajusté le modèle de régression linéaire suivant (voici une sortie obtenue

Call:

lm(formula = Y ~ X)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-2.29874	-0.76827	0.02396	0.59538	2.32972

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
(Intercept)	1.2469	0.5210	2.393	0.0192
X1	0.1374	0.4070	0.338	0.7365
X2	0.9958	0.4230	2.354	0.0212
X3	-0.2810	0.3764	-0.746	0.4578
X4	-0.1644	0.3748	-0.439	0.6622
X5	-0.1709	0.3565	-0.479	0.6330
X6	-2.5982	0.3744	-6.940	1.14e-09
X7	0.6975	0.3853	1.810	0.0742

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.9517 on 76 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.4491, Adjusted R-squared: 0.3983

F-statistic: 8.85 on 7 and 76 DF, p-value: 6.358e-08

à partir d'un logiciel statistique standard, Y est la variable à expliquer, X1,...,X7 sont les variables explicatives):

Q1) Le nombre d'observations contenues dans l'échantillon est :

- a) 84
- b) 76
- c) 83
- d) 85

Q2) Si l'on en croit le modèle ajusté, on considère un individu ayant pour caractéristique : X1=0, X2=1, X3=0, X4=0, X5=0, X6=1, X7=0. Quelle est la valeur de Y prédite par le modèle ?

- a) 4.8409
- b) -0,355
- c) 3.594
- d) -1.6024

Q3) On cherche à tester la significativité de la variable X7. Cette variable est

- a) significative au niveau 5% et significative au niveau 10%
- b) non significative au niveau 5% et significative au niveau 10%
- c) significative au niveau 5% et non significative au niveau 10%
- d) non significative au niveau 5% et non significative au niveau 10%

Q4) On veut tester l'hypothèse  $H_0 \ll X_2=0 \gg$  contre  $H_1 \ll X_2>0 \gg$

- a) On rejette  $H_0$  au niveau 5% et on rejette  $H_0$  au niveau 2%
- b) On accepte  $H_0$  au niveau 5% et on rejette  $H_0$  au niveau 2%
- c) On accepte  $H_0$  au niveau 5% et on accepte  $H_0$  au niveau 2%
- d) On rejette  $H_0$  au niveau 5% et on accepte  $H_0$  au niveau 2%

Q5) On veut tester l'hypothèse  $H_0 \ll X_2=0 \gg$  contre  $H_1 \ll X_2<0 \gg$

- a) On rejette  $H_0$  au niveau 0,5% et on rejette  $H_0$  au niveau 0,1%
- b) On ne rejette pas  $H_0$  au niveau 0,5% et on rejette au niveau 0,1%
- c) On rejette  $H_0$  au niveau 0,5% et on accepte au niveau 0,1%
- d) On ne rejette pas  $H_0$  au niveau 0,5% et on accepte au niveau 0,1%

Q6) On souhaite effectuer une méthode de sélection de variables backward. La première variable à être retirée est

- a) X1
- b) X6
- c) X2
- d) X3

Q7) On rajoute une variable X8 au modèle précédent. Le  $R^2$  du modèle ainsi obtenu est nécessairement

- a) supérieur à 0.4491
- b) inférieur à 0.4491
- c) égal à 0.4491
- d) aucune de ces réponses

Q8) À partir de la sortie précédente, on peut estimer la variance du résidu par

- a) 0,9517
- b) 0,4491
- c) 0,5210
- d) 0,9057

Q9) On considère un modèle linéaire généralisé où une variable à expliquer Y suit, conditionnellement à l'événement  $X=x$ , une loi de Poisson de paramètre  $m(x)$ , avec  $\log(m(x))=a+b x$ . On a obtenu comme estimateurs de a et b les valeurs 0.1 et 0.2 respectivement. Si l'on se fie à ce modèle, quelle est la variance de Y sachant  $X=1$  ?

- a) 0.3
- b)  $\exp(0,3)$
- c) 0.09
- d)  $\log(0,3)$

**Q10) On considère un modèle linéaire généralisé où une variable à expliquer  $Y$  suit, conditionnellement à l'événement  $X=x$ , une loi de Poisson de paramètre  $m(x)$ , avec  $\log(m(x))=a+bx$ . On a obtenu comme estimateurs de  $a$  et  $b$  les valeurs 0.1 et 0.2 respectivement. Si l'on se fie à ce modèle, la probabilité qu'un individu de caractéristique  $x=1$  ait exactement 2 sinistres dans l'année est :**

- a) 0,09
- b)  $2 \exp(0,3)$
- c)  $\exp(0,6-\exp(0,3))/2$
- d)  $\exp(0,3)/2$

**Q11) On considère un modèle linéaire généralisé où une variable à expliquer  $Y$  suit, conditionnellement à l'événement  $X=x$ , une loi de Poisson de paramètre  $m(x)$ , avec  $\log(m(x))=a+bx$ . On a obtenu comme estimateurs de  $a$  et  $b$  les valeurs 0.1 et 0.2 respectivement. Un individu de caractéristique  $x=1$  se présente à nous. Si l'on en croit le modèle, comment prédit-on  $Y$  ?**

- a) 0,3
- b)  $\exp(0,3)$
- c)  $\log(0,3)$
- d) 0,2

**Q12) On considère un modèle bayésien où le nombre de sinistres d'un assuré  $N$  au cours d'une année suit une loi de Poisson de paramètre  $t$ , le paramètre  $t$  suivant une loi a priori de distribution exponentielle de paramètre  $a$  (i.e. d'espérance  $1/a$ ). L'espérance de  $N$  vaut**

- a)  $1/a$
- b)  $a$
- c)  $t$
- d)  $1/t$

**Q13) On considère un modèle bayésien où le nombre de sinistres d'un assuré  $N$  au cours d'une année suit une loi de Poisson de paramètre  $t$ , le paramètre  $t$  suivant une loi a priori de distribution exponentielle de paramètre  $a$  (i.e. d'espérance  $1/a$ ). La variance de  $N$  vaut :**

- a)  $(a+1)/a^2$
- b)  $1/a$
- c)  $1/a^2$
- d)  $(a-1)/a$

**Q14) On considère un modèle bayésien où le nombre de sinistres d'un assuré  $N$  au cours d'une année suit une loi de Poisson de paramètre  $t$ , le paramètre  $t$  suivant une loi a priori de distribution exponentielle de paramètre  $a$  (i.e. d'espérance  $1/a$ ). On suppose que  $a$  vaut 1. On considère deux assurés. L'assuré A a eu 5 sinistres en un an. On n'a pas d'information sur les sinistres de l'assuré B. Si l'on utilise le modèle de crédibilité bayésienne des questions précédentes**

- a) l'assuré A paiera une prime supérieure à l'assuré B
- b) l'assuré B paiera une prime supérieure à l'assuré A
- c) les deux assurés paieront la même prime
- d) aucune des réponses ci-dessus

## MATHEMATIQUES FINANCIERES

Pour les 14 questions suivantes, on adopte la convention de taux annuel, les intérêts étant payés en fin de période. Les annuités des crédits sont payées en fin de période.

**1. Un particulier fait 10 placements annuels (versés en début de période) de 2 000 euros au taux de 1%. Quelle est la valeur de son placement à la fin de la 10ème année ?**

- 20 924 euros
- 21 100 euros
- 21 134 euros
- 22 092 euros

**2. Quelle est l'annuité d'un crédit de 100 000 euros d'une durée de 10 ans au taux de 1.5% ?**

- 10 150 euros
- 10 843 euros
- 11 500 euros

**3. Quel est le coût d'un crédit de 100 000 euros d'une durée de 10 ans au taux de 1.5% ?**

- 1 500 euros
- 8 434 euros
- 15 000 euros

**4. Quel est le montant d'un crédit d'une durée de 10 ans dont 2 ans de différé total, sachant que le taux est de 2% et que l'annuité est 1 500 euros ?**

- 10 561 euros
- 10 988 euros
- 11 029 euros
- 12 000 euros

**5. Quel est le coût d'un crédit de 5 000 euros sur 5 ans à amortissement in fine, sachant que le taux est de 1.75 % ?**

- 266 euros
- 437.5 euros
- 453 euros

**6. Soit un crédit à amortissement constant de 50 000 euros sur 5 ans au taux de 1 %. Quel est le montant de la 4ème annuité ?**

- 10 200 euros
- 10 302 euros
- 10 500 euros

**7. Soit un crédit à amortissement constant de 50 000 euros sur 5 ans au taux de 1 %. Quels sont les intérêts cumulés payés sur les 4 premières années ?**

- 1 208 euros
- 1 400 euros
- 2 000 euros

**8. Soit un crédit de 15 000 euros d'une durée de 3 ans au taux de 1.5 %. Les deux premières annuités sont de 5 000 euros. Quel est le montant de la troisième annuité ?**

- 5 000 euros
- 5 459 euros
- 5 675 euros
- 5 685 euros

**9. Soit un crédit de 15 000 euros d'une durée de 3 ans au taux de 1.5 %, dont les deux premières annuités sont de 5 000 euros. Quel est le montant total des intérêts de ce prêt ?**

- 459 euros
- 675 euros
- 685 euros

**10. Quel est le taux de rendement à maturité d'une obligation 5 ans de nominal 100 qui paie un coupon de 1 et qui cote 106.3 ?**

- 0,25%
- 0,25%
- 0.5 %

**11. Quelle est la durée d'une obligation 5 ans de nominal 100 qui paie un coupon de 1 et qui cote >100 ?**

- 4.90
- 5
- 5.10

**12. La valeur aujourd'hui du zéro-coupon forward à un an pour une durée de 2 ans est de 0.9697, et celle du zéro-coupon de maturité 3 ans est de 0.9648. Quelle est la valeur aujourd'hui du zéro-coupon de maturité 1 an ?**

- 0.955
- 0.976
- 0.995

**13. Quel est le prix forward à terme d'échéance 6 mois d'une action (sans dividende ni repo) qui cote 50 euros aujourd'hui, sachant que la valeur aujourd'hui du zéro-coupon de nominal 1 et de maturité 6 mois est de 1.002 euros ?**

- 49.9 euros
- 50 euros
- 50.1 euros

**14. On considère un modèle binomial à une période, de taux sans risque  $r = 0.1$ , caractérisé par le coefficient de hausse  $u = 1.08$ , et de baisse  $d = 0.92$ , ( $S_1 = u S_0$  en cas de hausse, et  $S_1 = d S_0$  en cas de baisse).  $S_0 = 20$ . Une option d'achat (ou call) donne le droit (et non l'obligation) d'acheter en  $T = 1$  l'action au prix  $K = 19$ . Quelle est la valeur de cette option d'achat en  $t = 0$  ?**

- 1
- 2.66
- 2.73
- Elle n'est pas définie car le marché a des arbitrages.

**Q1) Un modèle statistique construit à partir de  $n$  observations  $x_1, x_2, \dots, x_n$  est composé :**

- A) d'une combinaison linéaire de ces observations
- B) du produit de ces observations
- C) d'une variable aléatoire dont on suppose que les observations sont des réalisations
- D) de  $n$  variables aléatoires  $X_i$ , chaque  $x_i$ , étant la réalisation d'un  $X_i$ .

**Q2) Estimer les paramètres d'un modèle se fait à l'aide d'un estimateur :**

- A) combinaison linéaire des observations, et donc déterministe
- B) combinaison linéaire des variables du modèle, et donc déterministe
- C) combinaison linéaire des variables du modèle, et donc variable aléatoire
- D) combinaison linéaire des variables et des observations du modèle

**Q3) Un test paramétrique permet de décider entre deux alternatives, notées  $H_0$  et  $H_1$ . Dans un test, on fixe :**

- A) l'erreur de première espèce, qui consiste à refuser  $H_0$  alors que  $H_0$  est vraie.
- B) l'erreur de première espèce, qui consiste à accepter  $H_1$  alors que  $H_1$  est vraie.
- C) l'erreur de seconde espèce, qui consiste à refuser  $H_1$  alors que  $H_1$  est vraie.
- D) la puissance, qui est égale à 1 moins la probabilité d'erreur de seconde espèce.

**Q4) La vraisemblance d'un modèle statistique est :**

- A) la loi du modèle, considérée comme une fonction des variables aléatoires du modèle
- B) la loi du modèle, considérée comme une fonction des paramètres du modèle
- C) loi du modèle, considérée comme une fonction des estimateurs
- D) le logarithme de la loi du modèle

**Q5) Dans un groupe de 49 enfants de même âge, on mesure une taille moyenne de 141 cm, avec un écart-type empirique de 8,9 cm. On cherche un intervalle de confiance à 95 % de la taille de ces enfants. On pourra supposer que la taille des enfants suit une loi normale de paramètres  $m$  et  $\sigma^2$ , et on rappelle que le quantile 0,975 de la loi normale standard est 1,96, et que celui d'une loi de Student à 48 degrés de liberté est 2,011. L'intervalle de confiance recherché est :**

- A) 138,5 – 143,6 ; on a utilisé le quantile de la loi Student.
- B) 138,51 – 143,5 ; on a utilisé le quantile de la loi normale.
- C) 137,7 – 144,2 ; on a utilisé le quantile de la loi Student.
- D) 140,6 – 141,4 ; on a utilisé le quantile de la loi normale.

**Q6) On sait que la taille moyenne habituelle d'enfants d'une certaine classe d'âge est de 145 cm. On veut tester si les 49 enfants d'un groupe de cette classe d'âge, dont la taille a pour moyenne  $x = 141$  cm et écart-type empirique  $s = 8,9$  cm, ont une taille inférieure à la normale ou non, avec un risque de 5 %. On pose alors le test  $H_0 : m \geq 145$  contre  $H_1 : m < 145$ , et on obtient la région critique :**

- A)  $x < 138,4$ , et on accepte  $H_0$ .
- B)  $x < 138,4$ , et on refuse  $H_0$ .
- C)  $x < 142,4$ , et on accepte  $H_0$ .
- D)  $x < 142,4$ , et on refuse  $H_0$ .

**Q7) Pour effectuer un test d'hypothèses  $H_0 : \theta \in \Theta_0$  contre  $H_1 : \theta \in \Theta_1$  ( $\Theta = \Theta_0 \cup \Theta_1$ ), on peut utiliser comme statistique de test :**

- A) le rapport du maximum de la vraisemblance sur  $\Theta_0$  par celui du maximum de la vraisemblance sur  $\Theta_1$ .
- B) le rapport du maximum de la vraisemblance sur  $\Theta$  par celui du maximum de la vraisemblance sur  $\Theta_1$ .
- C) le rapport du maximum de la vraisemblance sur  $\Theta$  par celui du maximum de la vraisemblance sur  $\Theta_0$ .
- D) le rapport de la vraisemblance sur  $\Theta_1$  par celui de la vraisemblance sur  $\Theta$
- E) le rapport du maximum de la vraisemblance sur  $\Theta_0$  par celui du minimum de la vraisemblance sur  $\Theta_0$ .



**Q8) L'analyse en composantes principales (ACP) est une méthode d'analyse d'un nuage de points décrits par des variables aléatoires continues**

- A) qui maximise l'inertie du nuage.
- B) qui maximise l'inertie du nuage en projection.
- C) qui minimise l'inertie du nuage.
- D) qui minimise l'inertie du nuage en projection.

**Q9) Dans une analyse en composantes principales (ACP), les valeurs propres, vecteurs propres et coordonnées factorielles sont respectivement**

- A) les inerties expliquées par les axes, les inerties résiduelles autour des axes et les variances des composantes principales
- B) les variances des axes, leurs directions et leurs inerties
- C) les inerties expliquées par les axes, leurs directions, et les positions des individus sur les axes
- D) les inerties expliquées par les axes, les valeurs des composantes principales, et les directions des axes.

**Q10) Dans une analyse factorielle des correspondances (AFC) d'un nuage d'individus possédant deux caractéristiques X et Y, un point représentant une modalité  $X_i$  de X est défini par :**

- A) la loi de Y sachant  $X_i$ .
- B) la loi de X sachant  $X_i$ .
- C) la loi de jointe de  $X_i$  et Y
- D) la loi de  $X=X_i$

**Q11) On utilise en ACP / AFC les métriques suivantes :**

- A) distance inverse des variances pour donner plus d'importance aux variables ayant la plus forte variance / distance du  $\chi^2$  pour donner plus d'importance aux variables les plus fréquentes.
- B) distance du  $\chi^2$  pour donner la même importance à toutes les modalités / distance inverse des variances pour donner la même importance à toutes les variables.
- C) distance inverse des variances pour donner la même importance à toutes les variables / distance du  $\chi^2$  pour donner la même importance à toutes les modalités.
- D) distance de Mahalanobis pour donner la même importance à toutes les variables / distance du  $\varphi^2$  pour donner la même importance à toutes les variables.

**Q12) Pour analyser correctement un point dans un graphique en analyse factorielle (ACP, AFC, ACM), on dispose d'indicateurs : coordonnée factorielle, cosinus carré et contribution relative qui sont respectivement**

- A) la distance du point au barycentre, sa variance, et son inertie.
- B) la position du point sur l'axe, sa distance au barycentre, et sa variance.
- C) la position du point sur l'axe, sa qualité de représentation, et sa contribution à l'inertie expliquée par l'axe.
- D) la position du point sur l'axe, sa qualité de représentation, et sa déformation lors de la projection.

**Q13) Classer des points représentés dans un espace vectoriel en classes compactes et bien séparées s'obtient en :**

- A) maximisant l'inertie interclasse et minimisant l'inertie intraclasse
- B) maximisant l'inertie interclasse et maximisant l'inertie intraclasse
- C) minimisant l'inertie interclasse et minimisant l'inertie intraclasse
- D) minimisant l'inertie interclasse et maximisant l'inertie intraclasse

**Q14) Une classification ascendante hiérarchique obtenue par la stratégie d'agrégation de Ward cherche à**

- A) obtenir les classes les plus compactes possibles.
- B) obtenir les classes les plus cohérentes possibles.
- C) diminuer l'inertie interclasse à chaque étape.
- D) augmenter l'inertie interclasse à chaque étape.



## PROBABILITES ET STATISTIQUES

Questions 1-2-3 On note  $\Omega$  l'ensemble des issues possibles d'une expérience aléatoire,  $A, B, C$  les parties de  $D$  associées à trois événements aléatoires liés à cette expérience et  $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$  les parties associées aux événements contraires.

On suppose que :

$$\begin{cases} P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4} \\ P(A \cap C) = P(B \cap C) = P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) = \frac{1}{12} \\ P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = \frac{5}{12} \end{cases}$$

**Q 1**

A)  $P(A \cup C) = \frac{1}{3}$ .

B)  $P(A \cup C) = \frac{5}{16}$ .

C)  $P(A \cup C) = \frac{5}{12}$ .

D)  $P(A \cup C) = \frac{7}{16}$ .

E)  $P(A \cup C) = \frac{7}{12}$ .

**Q 2**

A)  $P(A \cup B \cup C) = \frac{3}{4}$ .

B)  $P(A \cup B \cup C) = \frac{5}{12}$ .

C)  $P(A \cup B \cup C) = \frac{1}{2}$ .

D)  $P(A \cup B \cup C) = \frac{7}{12}$ .

E)  $P(A \cup B \cup C) = \frac{2}{3}$ .

**Q 3**

A)  $A$  et  $B$  sont indépendants, et on a :  $P(A \cap B) = \frac{1}{16}$ .

B)  $A$  et  $B$  sont incompatibles, et on a :  $P(A \cap B) = \frac{1}{16}$ .

C)  $A$  et  $B$  sont indépendants, et on a :  $P(A \cap B) = 0$ .

D)  $A$  et  $B$  sont incompatibles, et on a :  $P(A \cap B) = 0$ .

E)  $A$  et  $B$  ne sont ni indépendants, ni incompatibles, et on a :  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ .

**Questions 4-5-6** On considère deux variables aléatoires indépendantes  $X$  et  $Y$  telles que  $X$  suit la loi de Poisson  $\mathcal{P}(1)$  et  $Y$  la loi binomiale  $\mathcal{B}(4, 1/2)$ .

**Q 4**

- A)  $E(X^2) = 1$ .
- B)  $E(X + 2Y) = 3$  et  $V(X + 2Y) = 3$ .
- C)  $E(X + 2Y) = 3$  et  $V(X + 2Y) = 5$ .
- D)  $E(X + 2Y) = 5$  et  $V(X + 2Y) = 3$ .
- E)  $E(X + 2Y) = 5$  et  $V(X + 2Y) = 5$ .

**Q 5**

- A)  $P[X + 2Y = 3] = \frac{29}{108} e^{-1}$ .
- B)  $P[X + 2Y = 3] = \frac{25}{96} e^{-1}$ .
- C)  $P[X + 2Y = 3] = \frac{7}{24} e^{-1}$ .
- D)  $P[X + 2Y = 3] = \frac{5}{12} e^{-1}$ .
- E)  $P[X + 2Y = 3] = \frac{1}{4} e^{-1}$ .

**Q 6** Soit  $\rho$  le coefficient de corrélation linéaire de  $X + Y$  et  $X - Y$ .

- A)  $\rho = 1$ .
- B)  $0 < \rho < 1$ .
- C)  $\rho = 0$  et les deux variables aléatoires  $X + Y$  et  $X - Y$  sont indépendantes.
- D)  $\rho = 0$  et les deux variables aléatoires  $X + Y$  et  $X - Y$  ne sont pas indépendantes.
- E)  $\rho < 0$ .

**Questions 7-8-9-10** On considère deux variables aléatoires indépendantes  $X$  et  $Y$  qui suivent chacune la loi normale centrée réduite.

**Q 7** La variable aléatoire  $X + Y + 1$  admet pour densité la fonction

- A)  $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(x-1)^2}{4}\right)$ .
- B)  $x \mapsto \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(x+1)^2}{4}\right)$ .
- C)  $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-1)^2}{2}\right)$ .
- D)  $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x+1)^2}{2}\right)$ .
- E)  $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-1)^2}{4}\right)$ .



Q 8

A)  $0 < P[X = Y] < \frac{1}{2}$ .

B)  $P[X = Y] = \frac{1}{2}$ .

C)  $P[X < 2Y] = \frac{1}{2}$ .

D)  $P[X < Y + 1] = \frac{1}{2}$ .

E)  $P[X = Y + 1] = \frac{1}{2}$ .

Q 9 On note  $A$  la matrice de variance-covariance du vecteur aléatoire  $(X + Y, X - 2Y)$

A)  $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ .

B)  $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ .

C)  $M = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ .

D)  $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ .

E)  $M = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ .

Q 10 On considère une variable aléatoire  $N$  qui suit la loi de Bernoulli de paramètre  $1/2$ , telle que les trois variables aléatoires  $N, X, Y$  sont mutuellement indépendantes.

On note  $Z = NX + (N - 1)Y$ .

A) La variable  $Z$  est centrée mais pas réduite.

B) La variable  $Z$  est réduite mais pas centrée.

C) Les deux variables aléatoires  $Z$  et  $N$  sont indépendantes.

D) Les deux variables aléatoires  $Z$  et  $X$  sont indépendantes.

E) Les deux variables aléatoires  $NX$  et  $(1 - N)Y$  suivent la même loi normale.

**Questions 11-12-13-14** On considère une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi exponentielle d'espérance égale à 2.

**Q 11** La variance de  $X$  est donnée par :

A)  $V(X) = \frac{1}{4}$ .

B)  $V(X) = \frac{1}{2}$ .

C)  $V(X) = 1$ .

D)  $V(X) = 2$ .

E)  $V(X) = 4$ .

**Q 12**

A)  $E(X^3) = 6$ .

B)  $E(X^3) = 12$ .

C)  $E(X^3) = 24$ .

D)  $E(X^3) = 48$ .

E)  $E(X^3) = 96$ .

**Q 13** Soit  $F$  la fonction de répartition de  $X$ .

A)  $F$  n'est pas continue en 0.

B) Pour tout  $x > 0$ , on a :  $F(x) = 1 - e^{-x/2}$ .

C) Pour tout  $x > 0$ , on a :  $F(x) = 1 - e^{-2x}$ .

D) Pour tout  $x > 0$ , on a :  $F(x) = 1 - \frac{1}{2}e^{-x/2}$ .

E) Pour tout  $x > 0$ , on a :  $F(x) = 1 - 2e^{-2x}$ .

**Q 14** On note  $Y = \frac{1}{e^X}$ .

A)  $Y$  suit une loi exponentielle.

B)  $Y$  suit une loi uniforme.

C)  $Y^2$  suit une loi uniforme.

D)  $\sqrt{Y}$  suit une loi uniforme.

E)  $1/Y$  suit une loi exponentielle.